अध्याय: 2

# भिन्नम् एवं दशमलव:

## 2.1 भूमिका

भवन्तः गतकक्ष्यासु भिन्न-दशमानयो: विषये अध्ययनं कृतवन्तः। भिन्नानाम् अध्ययने वयम् उचितभिन्नम्, विषमभिन्नं, मिश्रितभिन्नं, भिन्नानां च योगः व्यकलनं च इत्येषां विषये अपि चर्चां कृतवन्तः। वयं भिन्नानां तुलना, तुल्यभिन्नं, भिन्नानां संख्यारेखायां निरूपणं, भिन्नानां क्रमबद्धीकरणं च इत्यादिविषयेषु अपि पठितवन्तः।

दशमानानां अध्ययने वयं, तेषां तुलनां, संख्यारेखायां तेषां निरूपणं, तेषां योगः एवं व्यकलनम् इत्यादिविषयेषु अपि चर्चां कृतवन्तः।

अधुना वयं भिन्नानाम् एवं दशमानानां गुणन-विभजनयोः विषये अध्ययनं करिष्यामः।

## 2.2 भिन्नानां विषये भवताम् अध्ययनं कियद्-भद्रतया अस्ति ?

उचितभिन्नं नाम तत् भिन्नं भवति यत् सम्पूर्णस्य एकं भागं निरूपयति। किम् $\frac{7}{4}$ इति एकम् उचितभिन्नम् अस्ति ? अस्य अंश-हरयोः मध्ये कः बृहत्तरः वर्तते ?

विषमभिन्नं, सम्पूर्णस्य एवम् उचितस्य भिन्नस्य संयोजनं भवति। किम् $\frac{7}{4}$ इति एकं विषमभिन्नं वर्तते ? अत्र अंश-हरयोः कः बृहत्तरः वर्तते ?

$\frac{7}{4}$ इति विषमभिन्नं $1\frac{3}{4}$ इति रूपेण अपि लेखितुं शक्यते। एतत् एकं मिश्रितभिन्नम् अस्ति।

किं भवन्तः उचित-विषम-मिश्रितेषु भिन्नेषु एकैकस्य पञ्च उदाहरणानि लेखितुम् अर्हन्ति ?

**उदाहरणम् 1** $\frac{3}{5}$ इत्यस्य पञ्च तुल्यानि भिन्नानि लिखन्तु।

**समाधानम्** $\frac{3}{5}$ इत्यस्य तुल्यभिन्नेषु एकम् $\frac{3}{5} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10}$ इति अस्ति।

अन्यानि चत्वारि भिन्नानि भवन्तः स्वयं ज्ञातुं प्रयासं कुर्वन्तु।

**उदाहरणम् 2** रमेशेन एकस्याः प्रश्नावल्याः $\frac{2}{7}$ भागः साधितः अपरन्तु सीमा तस्याः एव प्रश्नावल्याः

$\frac{4}{5}$ भागं साधितवती। ज्ञायतां तयोर्मध्ये केन न्यूनः भागः साधितः ?

**समाधानम्** एतत् ज्ञातुं यत् केन प्रश्नावल्याः न्यूनः भागः साधितः, आगच्छन्तु $\frac{2}{7}$ तथा च $\frac{4}{5}$ इत्येतयोर्मध्ये तुलनां कुर्मः।

एते भिन्ने समानभिन्नयोः परिवर्तयामः

$\frac{2}{7} = \frac{10}{35}, \frac{4}{5} = \frac{28}{35}$ इति प्राप्नुमः।

यतोहि $10<28$,अतः $\frac{10}{35} < \frac{28}{35}$.

अतः $\frac{2}{7} < \frac{4}{5}$.

रमेशेन सीमायाः अपेक्षया प्रश्नावल्याः न्यूनः भागः साधितः।

**उदाहरणम् 3** समीरा $3\frac{1}{2}$ किलोग्रामपरिमित-सेवफलानि $4\frac{3}{4}$ किलोग्रामपरिमितानि च नारङ्गफलानि क्रीतवती। समीरया क्रीतानां फलानां सम्पूर्णः भारः कियान् वर्तते ?

**समाधानम्** फलानां सम्पूर्णः भारः $= 3\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}$ कि.ग्रा.

$= \frac{7}{2} + \frac{19}{4}$ कि.ग्रा. $\frac{14}{4} + \frac{19}{4}$ कि.ग्रा.

$= \frac{33}{4}$ कि.ग्रा.$= 8\frac{1}{4}$ कि.ग्रा. इति वर्तते।

**उदाहरणम् 4** सुमनवर्या प्रतिदिनं $5\frac{2}{3}$ होरापर्यन्तं पठति। सा स्वकीये अस्मिन् समये $2\frac{4}{5}$ होराः यावत् गणितं विज्ञानं च पठति। सा अन्यविषयेभ्यः कियन्तं कालं ददाति ?

**समाधानम्** सुमनवर्यायाः अध्ययनस्य सम्पूर्णः समयः $= 5\frac{2}{3}$ होरा $= \frac{17}{3}$ होराः विज्ञान-गणितयोः अध्ययने नियोजितः कालः $= 2\frac{4}{5}$ होराः$= \frac{14}{5}$ होराः।

अतः तया अन्यविषयेषु नियोजितः कालः $= \frac{17}{3} - \frac{14}{5}$ होराः

$$= \frac{17\times5}{15} - \frac{14\times3}{15} \text{ होराः}$$

$$= \frac{85 - 42}{15} \text{ होराः} = \frac{43}{15} \text{ होराः} = 2\frac{13}{15} \text{ होराः।}$$

## प्रश्नावली 2.1

1. समाधानं क्रियताम् :

(i) $2-\frac{3}{5}$ (ii) $4+\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{9}{11}-\frac{4}{15}$

(v) $\frac{7}{10}+\frac{2}{5}+\frac{3}{2}$ (vi) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$ (vii) $8\frac{1}{2}-3\frac{5}{8}$

2. निम्नलिखितानि अवरोहिक्रमे लिखन्तु :

(i) $\frac{2}{9}, \frac{2}{3}, \frac{8}{21}$ (ii) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

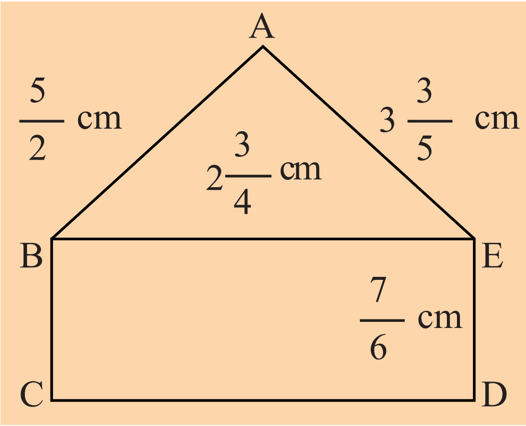
3. एकस्मिन् भद्रगणिते प्रत्येकं पङ्क्तेः प्रत्येकं स्तम्भस्य प्रत्येकं विकर्णस्य च संख्यानां योगः समानः भवति। किम् एषः एकः एन्द्रजालिक-वर्गः वर्तते ?

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{4}{11}$ | $\frac{9}{11}$ | $\frac{2}{11}$ |
| $\frac{3}{11}$ | $\frac{5}{11}$ | $\frac{7}{11}$ |
| $\frac{8}{11}$ | $\frac{1}{11}$ | $\frac{6}{11}$ |

प्रथमपङ्क्तेः अनुदिशम् $\frac{4}{11}+\frac{9}{11}+\frac{2}{11}=\frac{15}{11}$

4. एकस्य आयताकार-कागदस्य दैर्घ्यं (लम्बाई) $12\frac{1}{2}$ सेण्टीमीटरपरिमितं तथा च विशालता (चौडाई) $10\frac{2}{3}$ सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति। कागदस्य परिमाणम् अवज्ञायताम्।

5. प्रदत्तायाम् आकृत्यां (i) $\triangle ABE$ इति त्रिभुजस्य (ii) BCDE इति आयतस्य परिमाणम् ज्ञायताम्।
एतयोः कस्य परिमाणम् अधिकं वर्तते ?




6. सलीलः एकं चित्रम् एकस्मिन् काष्ठालवने (चौखट) जटयितुम् इच्छति।

चित्रं $7\frac{3}{5}$ सेण्टीमीटरपरिमितं विशालम् अस्ति । काष्ठालवने

उचितरूपेण जटनाय चित्रस्य विशालता $7\frac{3}{10}$ इत्यतः अधिका न भवितुम् अर्हति।
चित्रे कियत् कर्तनम् आवश्यकं वर्तते ?

7. रीतुः एकस्य सेवफलस्य $\frac{3}{5}$ भागं खादितवती शेषं भागं तस्याः भ्राता सोमुः अखादत्।

   सोमुः सेवफलस्य कियन्तं भागम् अखादत् ? कस्य भागः अधिकः आसीत् ? कियान् अधिकः आसीत् ?

8. माईकलः एकस्मिन् चित्रे रङ्गपूरणस्य कार्यं $\frac{7}{12}$ होराभिः समापितवान्। वैभवः तस्मिन् एव चित्रे रङ्गपूरणस्य कार्यं $\frac{3}{4}$ होराभिः समापितवान्। कः अधिकं कालं यावत् कार्यं कृतवान् ?

   एषः समयः कियान् अधिकः आसीत् ?

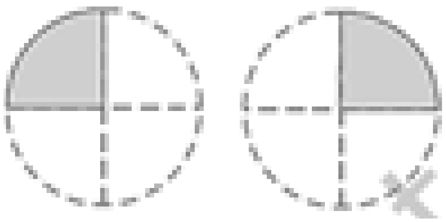
## 2.3 भिन्नानां गुणनम्

भवन्तः जानन्ति यत् एकस्य आयतस्य क्षेत्रफलं कथं ज्ञायते। एतत् दैर्घ्य-वैशाल्ययोः गुणनेन समं भवति अर्थात् दैर्घ्यं × विशालता = क्षेत्रफलम् इति। (दीर्घता × विशालता = क्षेत्रफलम् इति) यदि कस्यचित् आयतस्य दैर्घ्यं 7 सेण्टीमीटरपरिमितं तथा च विशालता 4 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति।
तदा अस्य क्षेत्रफलं किं भविष्यति ? अस्य क्षेत्रफलं $7 \times 4 = 28 cm^2$ इति भविष्यति।
यदि आयतस्य दैर्घ्यं $7\frac{1}{2}$ सेण्टीमीटरपरिमितं तथा च विशालता $3\frac{1}{2}$ सेण्टीमीटरपरिमिता तदा अस्य क्षेत्रफलं किं भविष्यति ? भवन्तः कथयिष्यन्ति यत् $7\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{7}{2}$ $cm^2$ इति अस्ति।

$\frac{15}{2}$ एवं $\frac{7}{2}$ इति संख्ये भिन्नरूपेण स्तः। प्रदत्तस्य आयतस्य क्षेत्रफलं ज्ञातुम् एतत् ज्ञानम् आवश्यकम् अस्ति यत् भिन्नानां गुणनं कथं भवेत्। अधुना वयम् एतद् अधिगमिष्यामः।

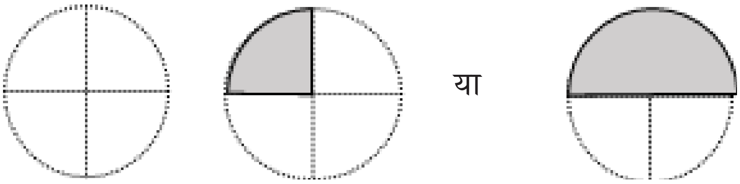
### 2.3.1 एकस्य भिन्नस्य पूर्णसंख्यया सह गुणनम्

वामतः 2.1 आकृतौ प्रदत्तं चित्रं पश्यन्तु प्रत्येकं छायाङ्कितः भागः वृत्तस्य $\frac{1}{4}$ भागः अस्ति। द्वौ छायाङ्कितौ भागौ मिलित्वा वृत्तस्य कियन्तं भागं निरूपयिष्यतः? एतौ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4}$ इति भागं निरूपयिष्यतः।



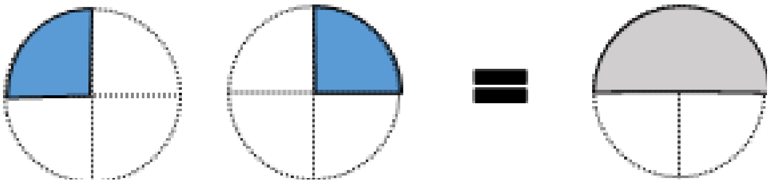
आकृतिः 2.1

द्वौ छायाङ्कितौ भागौ संयोज्य वयम् 2.2 इति आकृतिं प्राप्नुमः। 2.2 इत्यस्याः आकृतेः छायाङ्कितः भागः वृत्तस्य कतमं भागं निरूपयिष्यति ? एषः वृत्तस्य $\frac{2}{4}$ इति भागं निरूपयति।




**आकृतिः 2.2**

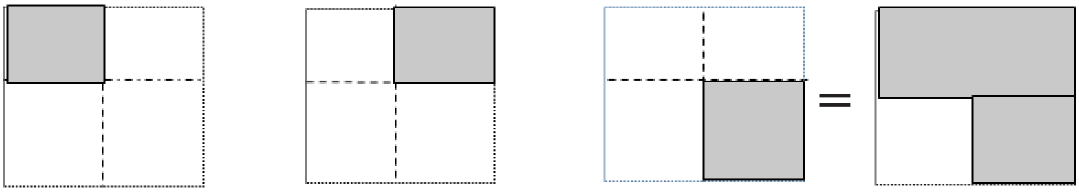
एवं वयं वक्तुं शक्नुमः यत् 2.1 इत्यस्याः आकृतेः उभे छायाङ्कित-खण्डे मिलित्वा, 2.2 आकृतेः छायाङ्कितभागस्य समाने स्तः अर्थात् वयं 2.3 इति आकृतिं प्राप्नुमः।



**आकृतिः 2.3**

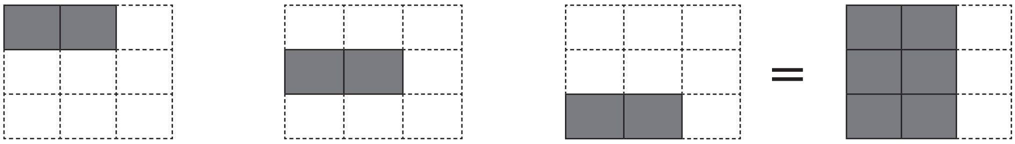
अथवा $2\times\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

किं भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति यत् 2.4 आकृतिः किं निरूपयिष्यति ?



**आकृतिः 2.4**

एवं च आकृतिः 2.5 किं निरूपयिष्यति ?



**आकृतिः 2.5**

आगच्छन्तु अधुना वयम् $3\times\frac{1}{2}$ इति जानीम -

$$3\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

वयम् एतदपि प्राप्नुमः यत् $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$

अतः $3\times\frac{1}{2} = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$

अनेन प्रकारेण $\frac{2}{3}\times5 = \frac{2\times5}{3} = ?$

किं भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति $3\times\frac{2}{7} = ?$ $\quad 4\times\frac{3}{5} = ?$

एतावता वयं यावतां भिन्नानां विषये चर्चां कृतवन्तः स्मः अर्थात् $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$ एवं $\frac{3}{5}$ तानि सर्वाणि उचितभिन्नानि सन्ति।

विषमभिन्नेभ्यः अस्माकं पार्श्वे अस्ति :

$$2\times\frac{5}{3} = \frac{2\times5}{3} = \frac{10}{3}$$

प्रयासं कुर्वन्तु : $\quad 3\times\frac{8}{7} = ? \quad 4\times\frac{7}{5} = ?$

अतः काञ्चित् पूर्णसंख्यां केनचित् उचितेन अथवा विषमेण भिन्नेन गुणीकर्तुं वयं पूर्णसंख्यां भिन्नस्य अंशेन सह गुणयामः तथा च भिन्नस्य हरः अपरिवर्तितः अथवा समानः एव वर्तते।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

1. ज्ञायताम् (a) $\frac{2}{7}\times3$ (b) $\frac{9}{7}\times6$ (c) $3\times\frac{1}{8}$ (d) $\frac{13}{11}\times6$

   यदि गुणनफलम् एकं विषमभिन्नम् अस्ति तर्हि एतद् मिश्रितभिन्न-रूपेण व्यक्तीकुर्वन्तु।

2. $2\times\frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ सचित्रं निरूपयताम्।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम्

(i) $5\times 2\frac{3}{7}$

(ii) $1\frac{4}{9}\times6$

किमपि मिश्रित-भिन्नम् एकया पूर्णसंख्यया सह गुणीकर्तुं सर्वप्रथमं मिश्रितभिन्नं विषमभिन्न-रूपेण परिवर्तयन्तु ततः च गुणां कुर्वन्तु।

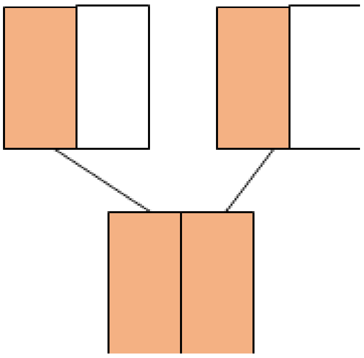
अतः $3\times2\frac{5}{7} = 3\times\frac{19}{7} = \frac{57}{7} = 8\frac{1}{7}$

अनेन प्रकारेण $2\times4\frac{2}{5} = 2\times\frac{22}{5} = ?$

### भिन्नं प्रचालक-गुणनरूपेण

2.6 इति आकृतिं पश्यन्तु। द्वौ वर्गौ पूर्णतया समरूपौ स्तः। प्रत्येकं छायाङ्कितः खण्डः एकस्य अर्धं $\frac{1}{2}$ भागं निरूपयति।

अतः द्वौ छायाङ्कितौ खण्डौ मिलित्वा द्वयोः $\frac{1}{2}$ भागं निरूपयतः।

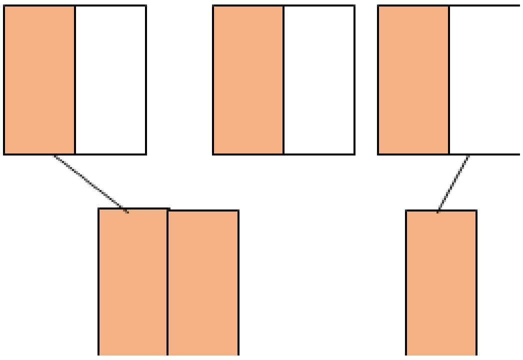


**आकृतिः 2.6**

द्वौ छायाङ्कितौ $\frac{1}{2}$ भागौ संयोजन्तु। एतत् एकं भागं निरूपयति। इत्थं वयं कथयामः यत् 2 $\frac{1}{2}$ एकः भागः भवति। वयम् एतत् $\frac{1}{2}\times 2 = 1$ इति रूपेण अपि प्राप्तुं शक्नुमः।

अतः 2 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

2.7 आकृतेः समरूप-वर्गान् पश्यन्तु।



प्रत्येकं छायाङ्कितः खण्डः एकस्य $\frac{1}{2}$ भागं निरूपयति। अतः त्रयः छायाङ्किताः खण्डाः मिलित्वा त्रयस्य $\frac{1}{2}$ भागं निरूपयन्ति।

**आकृतिः 2.7**

त्रीन् छायाङ्कित-भागान् संयोजयन्तु।

एतत् $1\frac{1}{2}$ अर्थात् $\frac{3}{2}$ भागं निरूपयति।

अतः 3 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ अस्ति। अन्यच्च $\frac{1}{2}\times 3 = \frac{3}{2}$

अतः 3 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 3 = \frac{3}{2}$

एवं वयं पश्यामः यत् 'इत्यस्य' इति गुणनं निरूपयति।

फरीदायाः पार्श्वे 20 काचगुलिकाः सन्ति। रेशमायाः पार्श्वे फरीदायाः काचगुलिकानां $\frac{1}{5}$ भागः अस्ति।

रेशमायाः पार्श्वे कति काचगुलिकाः सन्ति ? यथा वयं जानीमः यत् 'इत्यस्य' इति गुणनं दर्शयति। अतः रेशमायाः पार्श्वे $\frac{1}{5}\times 20$ = चतस्रः (4) काचगुलिकाः सन्ति।

एवमेव वयं प्राप्नुमः यत् 16 इत्यस्य $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}\times 16 = \frac{16}{2} = 8$ अस्ति।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

किं भवन्तः वक्तुम् अर्हन्ति यत् (i) 10 इत्यस्य $\frac{1}{2}$ (ii) 16 इत्यस्य $\frac{1}{4}$ (iii) 25 इत्यस्य $\frac{2}{5}$ किम् अस्ति ?

**उदाहरणम् 5** 40 विद्यार्थिनाम् एकस्यां कक्ष्यायां समस्त-विद्यार्थिनां संख्यायाः $\frac{1}{5}$ भागः आङ्ग्लं पठितुम् इच्छति, समग्रसंख्यायाः $\frac{2}{5}$ भागः गणितं पठितुम् इच्छति शेषविद्यार्थिनः विज्ञानं पठितुम् इच्छन्ति।

(i) कति विद्यार्थिनः आङ्ग्लं पठितुम् इच्छन्ति ?

(ii) कति विद्यार्थिनः गणितं पठितुम् इच्छन्ति ?

(iii) सर्वेषां विद्यार्थिनां संख्यायाः कियान् भागः विज्ञानं पठितुम् इच्छति ?

**समाधानम्** कक्ष्यायां सर्वेषां विद्यार्थिनां संख्या = 40

(i) एतेषु समग्रसंख्यायाः $\frac{1}{5}$ भागः आङ्ग्लं पठितुम् इच्छति।

अतः आङ्ग्लं सङ्ख्या = 40 इत्यस्य $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 40 = 8$ अस्ति।

(ii) स्वयं प्रयासं कुर्वन्तु।

(iii) आङ्ग्लम् गणितं च पठितुकामानां विद्यार्थिनां संख्या = 8+16 = 24 अस्ति। अतः विज्ञानं पठितुकामानां विद्यार्थिनां संख्या = 40 – 24 = 16 अस्ति।

अतः वाञ्छितभिन्नम् $\frac{16}{40}$ वर्तते।

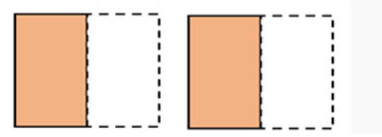
## प्रश्नावली 2.2

1. (a) तः(d) पर्यन्तं रेखाचित्रेषु निम्नलिखितं केन दर्शितं भवति :

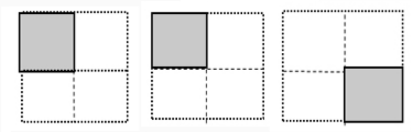
(i) $2\times\frac{1}{5}$ (ii) $2\times\frac{1}{2}$ (iii) $3\times\frac{2}{3}$ (iv) $3\times\frac{1}{4}$

(a)

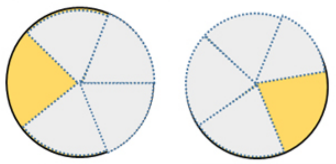
(b)



(c)

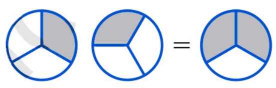


(d)

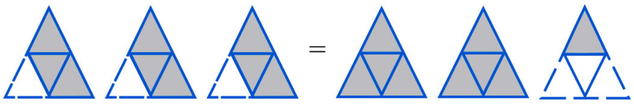


2. (a) तः (c) पर्यन्तं कानिचन चित्राणि प्रदत्तानि सन्ति। कथयन्तु तेषु किं निम्नलिखितं दर्शयति :

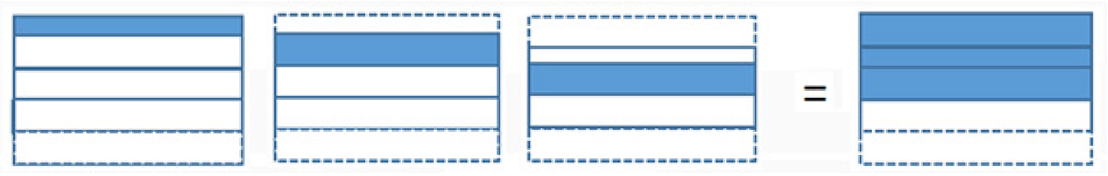
(i) $3\times\frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ (ii) $2\times\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (iii) $3\times\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$



(a)



(b)



(c)

3. गुणयित्वा न्यूनतमरूपेण लिखन्तु तथा च मिश्रितभिन्नेरूपेण व्यक्तीकुर्वन्तु :

(i) $7\times\frac{3}{5}$ (ii) $4\times\frac{1}{3}$ (iii) $2\times\frac{6}{7}$ (iv) $5\times\frac{2}{9}$ (v) $\frac{2}{3}\times4$

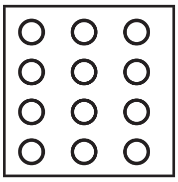
(vi) $\frac{5}{2}\times6$ (vii) $11\times\frac{4}{7}$ (viii) $20\times\frac{4}{5}$ (ix) $13\times\frac{1}{3}$ (x) $15\times\frac{3}{5}$

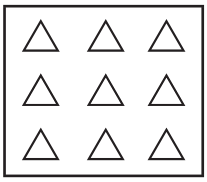
4. छायाङ्कितं कुर्वन्तु :

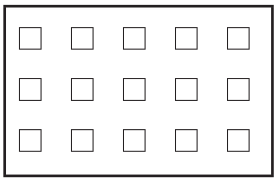
(i) (a) इति मञ्जूषायाः वृत्तानाम् $\frac{1}{2}$ भागम्

(ii) (b) इति मञ्जूषायाः त्रिभुजानां $\frac{2}{3}$ भागम्

(iii) (c) इति मञ्जूषायाः वर्गाणाम् $\frac{3}{5}$ भागम्


(a)


(b)


(c)

5. ज्ञायताम् -

(a) (i) चतुर्विंशत्याः $\frac{1}{2}$ (ii) षट्चत्वारिंशदः $\frac{1}{2}$

(b) (i) अष्टादशानाम् $\frac{2}{3}$ (ii) सप्तविंशत्याः $\frac{2}{3}$

(c) (i) षोडशानाम् $\frac{3}{4}$ (ii) षट्त्रिंशदः $\frac{3}{4}$

(d) (i) विंशत्याः $\frac{4}{5}$ (ii) पञ्चत्रिंशदः $\frac{4}{5}$

6. गुणां कुर्वन्तु अथ च मिश्रितभिन्नरूपेण व्यक्तीकुर्वन्तु :

(a) $3\times5\frac{1}{5}$ (b) $5\times6\frac{3}{4}$ (c) $7\times2\frac{1}{4}$

(d) $4\times6\frac{1}{3}$ (e) $3\frac{1}{4}\times6$ (f) $3\frac{2}{5}\times8$

7. ज्ञायताम् :

(a) (i) $2\frac{3}{4}$ इत्यस्य $\frac{1}{2}$ (ii) $4\frac{2}{9}$ इत्यस्य $\frac{1}{2}$

(b) (i) $3\frac{5}{6}$ इत्यस्य $\frac{5}{8}$ (ii) $9\frac{2}{3}$ इत्यस्य $\frac{5}{8}$

8. विद्या प्रतापः च भ्रमितुं गतवन्तौ। तयोः माता ताभ्यां पञ्चलीटरपरिमिताम् एकां जलकूपीम् अयच्छत्। विद्यया समग्रजलस्य $\frac{2}{5}$ भागः प्रयुक्तः। अवशिष्टं जलं प्रतापः अपिबत्।

(a) विद्या कियत् जलम् अपिबत् ?

(b) प्रतापः जलस्य सम्पूर्णमात्रायाः कियन्तं भागम् अपिबत् ?

### 2.3.2 भिन्नस्य भिन्नेन गुणनम्

फरीदायाः पार्श्वे 9 सेण्टीमीटरपरिमिता एका दीर्घा रिबन-पट्टिका आसीत्। सा एतां पट्टिकां समानेषु चतुर्षु भागेषु अकर्तयत्। सा एतत् कथं कृतवती ? सा पट्टिकां द्विवारं वक्रीकृतवती। सम्पूर्णदैर्घ्यस्य प्रत्येकं भागं किं निरूपयिष्यति ? प्रत्येकं भागः पट्टिकायाः $\frac{9}{4}$ तमः भागः भविष्यति। सा एतेषु एकं भागं स्वीकृतवती एतं च भागम् एकवारं वक्रीकुर्वती द्वयोः समान-भागयोः विभक्तवती। एतयोः द्वयोः खण्डयोः एकः खण्डः किं निरूपयिष्यति ? एषः $\frac{9}{4}$ इत्यस्य $\frac{1}{2}$ अर्थात् $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ भागं निरूपयिष्यति। आगच्छन्तु पश्यामः यत् द्वयोः भिन्नयोःगुणनफलं यथा $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ इति कथं ज्ञायते ?

एतत् ज्ञातुं सर्वप्रथमम् आगच्छन्तु वयं $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ सदृशं गुणनफलं ज्ञातुम् अधिगच्छामः।

आकृतिः2.8

(a) कस्यचित् सम्पूर्णभागस्य $\frac{1}{3}$ भागं वयं कथं जानीमः ? वयं सम्पूर्णं समानेषु त्रिषु भागेषु विभाजयामः। त्रिषु प्रत्येकं भागः सम्पूर्णस्य $\frac{1}{3}$ तमं भागं निरूपयति। एषु त्रिषु एकम् अंशं स्वीकृत्य छायाङ्कितं कुर्वन्तु यथा 2.8 आकृत्यां दर्शितम् अस्ति।

आकृतिः 2.9

(b) भवन्तः एतस्य छायाङ्कित-भागस्य $\frac{1}{2}$ इति भागं कथं ज्ञास्यन्ति ? इमं छायाङ्कितं तृतीयांशम् ( $\frac{1}{3}$ भागं) द्वयोः समानभागयोः विभक्तीकुर्वन्तु। अनयोः द्वयोः भागयोः प्रत्येकं भागः तृतीयांशस्य ( $\frac{1}{3}$ भागस्य) $\frac{1}{2}$ इति भागं निरूपयति। अर्थात् $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ इति भागं निरूपयति (आकृतिः 2.9)।

एतयोः द्वयोः भागयोः एकं भागं बहिः निष्कासयन्तु अस्मै च 'A' इति नाम ददतु ।

'A' $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ इति निरूपयति ।

'A' इति सम्पूर्णस्य कियान् भागः वर्तते ? एतत् ज्ञातुं $\frac{1}{3}$ शेषभागेषु प्रत्येकं द्वयोः समानभागयोः विभक्तीकुर्वन्तु । अधुना भवतां पार्श्वे एतादृशाः कियन्तः भागाः सन्ति ? एतादृशाः षड् भागाः सन्ति । एतेषु 'A' एकः भागः अस्ति ।

अतः 'A' इति सम्पूर्णस्य $\frac{1}{6}$ भागः अस्ति । अनेन प्रकारेण $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

अस्माभिः कथम् एतत् निर्णीतं यत् 'A' सम्पूर्णस्य $\frac{1}{6}$ भागः अस्ति ? सम्पूर्णं षड्सु भागेषु (2 × 3 = 6) विभाजितम् अस्ति तथा च एकः भागः एभ्यः भागेभ्यः बहिः निष्कासितः।

अतः $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1\times1}{2\times3}$

अथवा $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1\times1}{2\times3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ इत्यस्य मानम् अपि एवमेव ज्ञातुं शक्यते । सम्पूर्णं द्वयोः समानभागयोः विभक्तीकुर्वन्तु ततः परं च एतयोः कञ्चित् एकं भागं त्रिषु समानभागेषु विभक्तीकुर्वन्तु । एभ्यः एकं भागं स्वीकुर्वन्तु एतत् $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ अर्थात् षष्ठांशम् $\frac{1}{6}$ निरूपयिष्यति ।

अतः यथा पूर्वमेव चर्चा कृता अस्ति यत् $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = \frac{1\times1}{3\times2}$

अतः $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ एवञ्च $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ एवञ्च $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ इति ज्ञायतां निरीक्षणं च

## प्रयासं कुर्वन्तु

निम्नलिखित-वर्गान् पूरयन्तु :

(i) 1/2×1/7 = (1×1)/(2×7) = ☐ (ii) 1/5×1/7 = ☐ = ☐

(iii) 1/7×1/2 = ☐ = ☐ (iv) 1/7×1/5 = ☐ = ☐

विधीयतां यत् भवन्तः $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ इति प्राप्नुवन्ति ?

**उदाहरणम् 6** सुशान्तः एकया होरया कस्यचित् पुस्तकस्य $\frac{1}{3}$ भागं पठति । सः $2\frac{1}{5}$ होरासु पुस्तकस्य कियन्तं भागं पठिष्यति?

**समाधानम्** सुशान्तद्वारा एकया होरया कस्यचित् पुस्तकस्य पठितः भागः $= \frac{1}{3}$,

अतः तेन $2\frac{1}{5}$ होराभिः पुस्तकस्य पठितः भागः $= 2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{11}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11\times1}{5\times3} = \frac{11}{15}$ इति

अधुना आगच्छन्तु वयं $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ इत्यस्य मानं जानीमः। वयं जानीमः यत् $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times 5$

अतः $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 5 = \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$

सममेव $\frac{5}{6} = \frac{1\times5}{2\times3}$ । अतः $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1\times5}{2\times3} = \frac{5}{6}$

एतत् अधोलिखिताकृतिषु अपि दर्शितम् अस्ति । पञ्चसु समानाकारेषु (आकृतिः2.10) वृत्तेषु प्रत्येकं पञ्चानां समरूपवृत्तानां भागः अस्ति । एतादृशम् एकम् आकारं स्वीकुर्वन्तु । एनम् आकारं प्राप्तुं सर्वप्रथमं वयं वृत्तं त्रिषु समानभागेषु विभक्तीकुर्मः । अग्रे अपि एषु त्रिषु भागेषु प्रत्येकं द्वयोः समानभागयोः विभक्तीकुर्मः । अस्य एकः भागः सः आकारः अस्ति यस्य वयं चर्चां कृतवन्तः । एषः किं निरूपयिष्यति ? एषः $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ इति निरूपयिष्यति । एतादृशाः भागाः मिलित्वा आहत्य $5\times\frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ भविष्यन्ति ।

**आकृतिः 2.10**

अनेन प्रकारेण $\frac{3}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{3\times1}{5\times7} = \frac{3}{35}$

अनेन प्रकारेण वयं $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$ इत्येतं $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2\times7}{3\times5}$

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम् $\frac{7}{3} \times \frac{4}{5}$, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{14}{15}$ इति रूपेण ज्ञातुं शक्नुमः।

अनेन प्रकारेण वयं द्वयोः भिन्नयोः गुणनं

$\frac{(\text{अंशानां गुणनफलम्})}{(\text{हराणां गुणनफलम्})}$ इति रूपेण कुर्मः ।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम् $\frac{8}{3} \times \frac{4}{7}$; $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$

## गुणनफलस्य मानम्

भवन्तः दृष्टवन्तः यत् द्वयोः पूर्णसंख्ययोः गुणनफलं तयोः संख्ययोः प्रत्येकं संख्यातः अधिकं भवति ।
उदाहरणार्थम् $3 \times 4 = 12$ एवञ्च $12 > 4, 12 > 3$.
यदा वयं द्वयोःभिन्नयोः गुणनं कुर्मः तदा गुणनफलस्य माने किं परिवर्तनं सञ्जायते।
आगच्छन्तु सर्वप्रथमं वयं द्वयोः उचितभिन्नयोः गुणनफलस्य चर्चां कुर्मः। वयं लभामहे।

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ | $\frac{8}{15} < \frac{2}{3}$, $\frac{8}{15} < \frac{4}{5}$ | गुणनफलं प्रत्येकं भिन्नात् न्यूनम् अस्ति। |
| $\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} =$ ........ | .........., ............... | .................................... |
| $\frac{3}{5} \times \frac{\quad}{8} = \frac{21}{40}$ | .........., ............... | .................................... |
| $\frac{2}{\quad} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$ | .........., ............... | .................................... |

*यदा द्वयोः भिन्नयोः गुणनं क्रियते तदा गुणनफलं द्वाभ्यां भिन्नाभ्यां न्यूनं भवति । अर्थात् द्वयोः उचितभिन्नयोः गुणनफलस्य मानं द्वयोः भिन्नयोः प्रत्येकं भिन्नतः लघु भवति। अन्यानि पञ्चोदाहरणानि कल्पयित्वा अस्य परीक्षणं कुर्वन्तु।*

आगच्छन्तु अधुना वयं द्वे विषमभिन्ने गुणयामः।

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{36}{6}$ | $\frac{35}{6} > \frac{7}{3}$, $\frac{35}{6} > \frac{5}{2}$ | गुणनफलं प्रत्येकं भिन्नात् अधिकम् अस्ति। |
| $\frac{6}{5} \times \frac{\quad}{3} = \frac{24}{15}$ | .........., ............... | .................................... |
| $\frac{9}{2} \times \frac{7}{\quad} = \frac{63}{8}$ | .........., ............... | .................................... |
| $\frac{3}{\quad} \times \frac{8}{7} = \frac{24}{14}$ | .........., ............... | .................................... |

*द्वयोः विषमभिन्नयोः गुणनफलं तयोः प्रत्येकं भिन्नतः अधिकम् अस्ति । अथवा द्वयोः विषमभिन्नयोः गुणनफलस्य मानं तयोः प्रत्येकं भिन्नतः अधिकं भवति।*

एतादृशानि पञ्च उदाहरणानि रचयित्वा उपर्युक्तं कथनं प्रमाणीकुर्वन्तु।
आगम्यताम् अधुना वयम् एकम् उचितम् एकं च विषमं भिन्नं गुणयामः ।

$\frac{2}{3}$ एवञ्च $\frac{7}{5}$ इति चिन्तयन्तु

वयं प्राप्नुमः $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$ अत्र $\frac{14}{15} < \frac{7}{5}$ अन्यच्च $\frac{14}{15} > \frac{2}{3}$

लब्धं गुणनफलं विषमभिन्नात् न्यूनं वर्तते उचितात् भिन्नात् अधिकं वर्तते।

$\frac{6}{5} \times \frac{2}{7}$ , $\frac{8}{3} \times \frac{4}{5}$ इत्यस्य कृतेऽपि गुणनफलस्य परीक्षणं कुर्वन्तु।

## प्रश्नावली 2.3

**1. ज्ञायताम् :**

(i) (a) $\frac{1}{4}$ इत्यस्य $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ इत्यस्य $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{3}$ इत्यस्य $\frac{1}{4}$

(ii) (a) $\frac{2}{9}$ इत्यस्य $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{6}{5}$ इत्यस्य $\frac{1}{7}$ (c) $\frac{3}{10}$ इत्यस्य $\frac{1}{7}$

2. गुणनं कुर्वन्तु न्यूनतम-रूपेण च परिवर्तनं कुर्वन्तु (यदि सम्भवति) :

(i) $\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{8} \times \frac{6}{4}$ (iv) $\frac{9}{5} \times \frac{3}{5}$

(v) $\frac{1}{3} \times \frac{15}{8}$ (vi) $\frac{11}{2} \times \frac{3}{10}$ (vii) $\frac{4}{5} \times \frac{12}{7}$

3. निम्नलिखित-भिन्नानां गुणनं कुर्वन्तु :

(i) $\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4}$ (ii) $6\frac{2}{5} \times \frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{2} \times 5\frac{1}{3}$

(iv) $\frac{5}{6} \times 2\frac{3}{7}$ (v) $3\frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$ (vi) $2\frac{3}{5} \times 3$

(vii) $3\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$

4. का बृहत्तरा वर्तते :

(i) $\frac{3}{4}$ इत्यस्य $\frac{2}{7}$ अथवा $\frac{5}{8}$ इत्यस्य $\frac{3}{5}$

(ii) $\frac{6}{7}$ इत्यस्य $\frac{1}{2}$ अथवा $\frac{3}{7}$ इत्यस्य $\frac{2}{3}$

5. सैली स्वकीयोद्याने चतुरः लघुपादपान् एकस्यां पङ्क्तौ रोपयति। द्वयोः क्रमागतयोः लघुपादपयोः मध्यगतोऽन्तरालः $\frac{3}{4}$ मीटरपरिमितः अस्ति। प्रथम-अन्तिमपादपयोः मध्ये कियान् 'अन्तरालः'

अस्ति इति ज्ञायताम् ।

6. लिपिका एकं पुस्तकं प्रतिदिनं $1\frac{3}{4}$ होरापर्यन्तं पठति । सा समग्रपुस्तकं 6 दिनेषु पठति । सा तत् पुस्तकम् आहत्य कियता कालेन पठितवती ?

7. एकं कारयानं 1 लीटरपरिमितपैट्रोल-तैलेन 16 किलोमीटरगत्या गच्छति । $2\frac{3}{4}$ लीटरपरिमितपैट्रोल-तैलेन एतत् कारयानं कियद् दूरं गमिष्यति?

8. (a) (i) मञ्जूषायां □ संख्यां लिखन्तु येन $\frac{2}{3} \times \square = \frac{10}{30}$ ।

(ii) मञ्जूषायां □ प्राप्तसंख्यायाः न्यूनतमं रूपं ---------- अस्ति ।

(b) (i) मञ्जूषायां □ संख्यां लिखन्तु येन $\frac{3}{5} \times \square = \frac{24}{75}$ ।

(ii) मञ्जूषायां □ प्राप्तसंख्यायाः न्यूनतमं रूपं ---------- अस्ति ।

## 2.4 भिन्नानां भागः

जॉनस्य पार्श्वे 6 सेण्टीमीटर्-परिमित-दीर्घा कागदस्य एका पट्टिका अस्ति । सः एतां पट्टिकां द्विसेण्टीमीटरपरिमितासु लघुपट्टिकासु कर्तयति । भवन्तः जानन्ति यत् सः $6 \div 2 = 3$ पट्टिकाः प्राप्स्यति । जॉनः षट्सेण्टीमीटरपरिमिताम् एकाम् अन्यां दीर्घाम् एकाम् अन्यां पट्टिकां $\frac{3}{2}$ सेण्टीमीटरपरिमितासु लघुपट्टिकासु कर्तयति । अधुना सः कति लघुपट्टिकाः प्राप्स्यति ? सः $6 \div \frac{3}{2}$ पट्टिकाः प्राप्स्यति ।

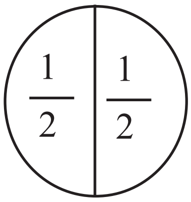
एका $\frac{15}{2}$ सेण्टीमीटरपरिमितदीर्घा पट्टिका $\frac{3}{2}$ सेण्टीमीटरपरिमितासु लघुपट्टिकासु कर्तितुं शक्यते येन वयं $\frac{15}{2} \div \frac{3}{2}$ इति खण्डान् प्राप्स्यामः।

अतः अस्माकं कृते एतद् आवश्यकं वर्तते यत् एका पूर्णसंख्या केनचित् भिन्नेन अथवा एकं भिन्नम् अपरेण भिन्नेन विभाजितं भवेत् ।
आगच्छन्तु वयं पश्यामः यत् एतत् कथं करणीयम् अस्ति ।

### 2.4.1 भिन्नेन पूर्णसंख्यायाः भागः

आगम्यताम् $1 \div \frac{1}{2}$ इति जानीम -

वयं किमपि सम्पूर्णं केषुचित् समानभागेषु एतदर्थं विभाजयामः यत् प्रत्येकं भागः सम्पूर्णस्य अर्धः भवति । एतादृशानाम् अर्धभागानां संख्या $1 \div \frac{1}{2}$ इति भविष्यति । 2.11 आकृतिं पश्यन्तु । भवन्तः कति अर्धभागान् पश्यन्ति ? एतादृशौ द्वौ अर्ध-भागौ स्तः।

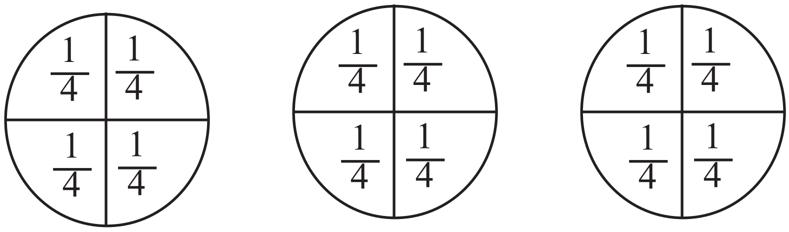



आकृतिः2.11

अतः $1 \div \frac{1}{2} = 2$ सममेव $1 \times \frac{2}{1} = 1 \times 2 = 2$

अतः $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}$

अनेनैव प्रकारेण, यदि $3 \div \frac{1}{4} = 3$ सम्पूर्णेषु प्रत्येकं समानेषु चतुर्थांशेषु ($\frac{1}{4}$ भागेषु) विभक्तीकुर्मः तर्हि $\frac{1}{4}$ भागानां संख्या = 12 (2.12 आकृतिः)




आकृतिः 2.12

एतदपि पश्यन्तु यत् $3 \times \frac{4}{1} = 3 \times 4 = 12$ एवमेव $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12.$

अनेनैव प्रकारेण $3 \div \frac{1}{2}$ एवं च $3 \times \frac{2}{1}$ इति ज्ञायताम्।

## भिन्नस्य व्युत्क्रमः

$\frac{1}{2}$ इत्यस्य अंशम् एवं च हरं परस्परं परिवर्त्य अथवा $\frac{1}{2}$ इत्यस्य प्रतिलोमं कृत्वा $\frac{2}{1}$ इति संख्या प्राप्तुं शक्यते। एवम् एव $\frac{1}{3}$ इत्यस्य प्रतिलोमं कृत्वा $\frac{3}{1}$ इति प्राप्यते।

आगच्छन्तु सर्वप्रथमम् एतादृशीनां संख्यानां प्रतिलोमस्य विषये चर्चयामः।

निम्नलिखितानि गुणनफलानि पश्यन्तु रिक्तस्थानानां च पूर्तिं कुर्वन्तु।

| | |
|---|---|
| $7 \times \frac{1}{7} = 1$ | $\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} =$ .......... |
| $\frac{1}{9} \times 9 =$ ......... | $\frac{2}{7} \times$ ....... $= 1$ |
| $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2\times3}{3\times2} = \frac{6}{6} = 1$ | ......... $\times \frac{5}{9} = 1$ |

पञ्च अन्यान् एतादृशान् युग्मान् गुणयन्तु।

शून्येतराः एतादृशाः संख्याः यासां परस्परं गुणनफलम् एकम् (1) अस्ति, ताः मिथः व्युत्क्रमाः कथ्यन्ते।

एवमेव $\frac{5}{9}$ इत्यस्य व्युत्क्रमः $\frac{9}{5}$ अस्ति $\frac{9}{5}$ इत्यस्य च $\frac{5}{9}$ वर्तते। $\frac{1}{9}$ , $\frac{2}{7}$ इत्यनयोः व्युत्क्रमः कः अस्ति ?

भवन्तः द्रक्ष्यन्ति यत् $\frac{2}{3}$ इत्यस्य प्रतिलोमं  कृत्वा अस्य व्युत्क्रमः प्राप्यते। अनेन प्रकारेण भवन्तः $\frac{3}{2}$ इति प्राप्नुवन्ति।

## विचारयन्तु, चर्चयन्तु लिखन्तु च

(i) किम् एकस्य उचितभिन्नस्य व्युत्क्रमः अपि उचितभिन्नम् एव भविष्यति ?

(ii) किम् एकस्य विषमभिन्नस्य व्युत्क्रमः अपि विषमभिन्नम् एव भविष्यति ?

अतः वयं वक्तुं शक्नुमः यत्

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 1 \times (\frac{1}{2}$ इत्यस्य व्युत्क्रमः)

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 3 \times (\frac{1}{4}$ इत्यस्य व्युत्क्रमः)

$3 \div \frac{1}{2}$ = ....... = ...............

अतः  $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times (\frac{3}{4}$ इत्यस्य व्युत्क्रमः) $= 2 \times \frac{4}{3}$

$5 \div \frac{2}{9} = 5 \times$ ........ $= 5 \times$ ............

अनेन प्रकारेण काञ्चित् पूर्णसंख्यां केनचिद्  भिन्नेन  विभक्तीकर्तुं  तां पूर्णसंख्यां तस्य भिन्नस्य व्युत्क्रमेण गुणयन्तु।

*यदा काञ्चित् पूर्णसंख्याम् केनचिद् मिश्रितभिन्नेन  विभक्तीकुर्मः तदा*

### प्रयासं कुर्वन्तु

ज्ञायताम् (i) $7 \div \frac{2}{5}$  (ii) $6 \div \frac{4}{7}$  (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

*सर्वप्रथमं मिश्रितभिन्नस्य विषमभिन्नरूपेण परिवर्तनं कुर्मः ततः परम् अस्य समाधानं कुर्वन्तु।*

इत्थम्  $4 \div 2\frac{2}{5} = 4 \div \frac{12}{5} = ?$

सममेव  $5 \div 3\frac{1}{3} = 3 \div \frac{10}{3} = ?$

### प्रयासं कुर्वन्तु

ज्ञायताम्  (i) $6 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $7 \div 2\frac{4}{7}$

### 2.4.2 पूर्णसङ्ख्यया भिन्नस्य विभाजनम्

- $\frac{3}{4} \div 3$ इत्यस्य मानं किं भविष्यति ?

पूर्वप्रेक्षणानि आधारीकृत्य वयं प्राप्नुमः $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

अतः $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = ?$ $\frac{5}{7} \div 6$, $\frac{2}{7} \div 8$ इत्यस्य मानं किम् अस्ति ?

यदा मिश्रितभिन्नानि पूर्णसंख्यया विभक्तीकुर्मः तदा मिश्रितभिन्नस्य विषमभिन्नरूपेण परिवर्तनं कुर्मः ।

अर्थात् $2\frac{2}{3} \div 5 = \frac{8}{3} \div 5 =$ ........, $4\frac{2}{5} \div 3 =$.........=........... $2\frac{3}{5} \div 2 =$ .......=.......

### 2.4.3 एकभिन्नस्य अपरभिन्नेन भागः

अधुना वयम् $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6}$ इति ज्ञातुं शक्नुमः।

$\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times (\frac{5}{6}$ इत्यस्य व्युत्क्रमः$) = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5}$

इत्थमेव, $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times (\frac{2}{3}$ इत्यस्य व्युत्क्रमः$) = ?$ एवं च $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम् (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

**प्रश्नावली 2.4**

1. ज्ञायताम्

(i) $12 \div \frac{3}{4}$ (ii) $14 \div \frac{5}{6}$ (iii) $8 \div \frac{7}{3}$

(iv) $4 \div \frac{8}{3}$ (v) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (vi) $5 \div 3\frac{4}{7}$

2. निम्नलिखितभिन्नेषु प्रत्येकं भिन्नस्य व्युत्क्रमः ज्ञायताम् । व्युत्क्रमान् उचितभिन्न-विषमभिन्न-पूर्णसंख्यानां रूपेण वर्गीकुर्वन्तु ।

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{6}{5}$

(v) $\frac{12}{7}$ (vi) $\frac{1}{8}$ (vii) $\frac{1}{11}$

3. ज्ञायताम् :

(i) $\frac{7}{3} \div 2$ (ii) $\frac{4}{9} \div 5$ (iii) $\frac{6}{13} \div 7$

(iv) $4\frac{1}{3} \div 3$ (v) $3\frac{1}{2} \div 4$ (vi) $4\frac{3}{7} \div 7$

4. ज्ञायताम् :

(i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{3}{5}$

(v) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$ (vi) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (vii) $3\frac{1}{5} \div 1\frac{2}{3}$ (viii) $2\frac{1}{5} \div 1\frac{1}{5}$

## 2.5 दशमान-सङ्ख्यानां विषये भवन्तः कियत् सम्यक् पठितवन्तः सन्ति ?

भवन्तः गतकक्ष्यासु दशमान-सङ्ख्यानां विषये अध्ययनं कृतवन्तः सन्ति। आगच्छन्तु अत्र वयं संक्षिप्तरूपेण आसां संख्यानां स्मरणं कुर्मः। निम्नलिखितसारणीं पश्यन्तु रिक्तस्थानानि च पूरयन्तु -

| शतकम् (100) | दशकम् (10) | ऐककम् (1) | दशांशः $\frac{1}{10}$ | शतांशः $\frac{1}{100}$ | सहस्रांशः $\frac{1}{1000}$ | संख्या |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 3 | 1 | 4 | 7 | 253.147 |
| 6 | 2 | 9 | 3 | 2 | 1 | .......... |
| 0 | 4 | 3 | 1 | 9 | 2 | .......... |
| ..... | 1 | 4 | 2 | 5 | 1 | 514.251 |
| 2 | ...... | 6 | 5 | 1 | 2 | 236.512 |
| ..... | 2 | ...... | 5 | .... | 3 | 724.503 |
| 6 | ..... | 4 | ..... | 2 | ....... | 614.326 |
| 0 | 1 | 0 | 5 | 3 | 0 | ............ |

उपर्युक्तायां सारण्यां भवन्तः एतादृशीः संख्याः लिखितवन्तः यासां प्रसारितं स्थानीयमानं प्रदत्तम् आसीत्। भवन्तः विलोमम् अपि कर्तुं शक्नुवन्ति अर्थात् यदि भवतां पार्श्वे संख्या वर्तते तर्हि भवन्तः अस्याः प्रसारितरूपं लेखितुम् अर्हन्ति। उदाहरणतः

$$253.417 = 2\times100+5\times10+3\times1+4\times\frac{1}{10}+1\times\frac{1}{100}+7\times\frac{1}{1000}$$

जॉनस्य पार्श्वे 15.50 रूप्यकाणि सन्ति सलमायाः च पार्श्वे 15.75 रूप्यकाणि सन्ति। कस्य समीपे अधिकं धनम् अस्ति ? एतत् अवज्ञातुं 15.50 एवं 15.75 इत्येतयोः दशमान-सङ्ख्ययोः तुलनायाः आवश्यकता अस्ति। एतदर्थं वयं सर्वप्रथमं दशमान-बिन्दोः वामभागीय-अङ्कतः आरम्भं कुर्वन्तः वामभागस्थानाम्

अङ्कानां तुलनां कुर्मः । अत्र बिन्दोः वामभागीयौ द्वौ अङ्कौ 1 एवं 5 द्वयोः संख्ययोः एकसमानौ स्तः । अतः वयं दशांशस्थानात् आरम्भं कुर्वन्तः दशमान-बिन्दोः दक्षिणभागीय-अङ्कानां तुलनां कुर्मः । वयं प्राप्नुमः यत् पञ्चतः सप्त अधिकम् अस्ति (5<7) । एवमेव वयं वक्तुं शक्नुमः यत् 15.50 < 15.75.अतः सलमायाः पार्श्वे अधिकं धनम् अस्ति ।

यदि दशांशस्थानीयाः अङ्काः अपि एकसमानाः सन्ति तु शतांशस्थानीय-अंकानां तुलनां कुर्वन्तु एवमेव च अग्रे अपि कुर्वन्तु ।

अधुना सद्यःएव 35.63 एवञ्च 35.67; 20.1 एवञ्च 20.01;19.36 एवञ्च 29.36 इत्येषां तुलनां कुर्वन्तु । धनस्य, दीर्घतायाः भारस्य च निम्नम् ऐककम् उच्चरूपेण परिवर्तितुं दशमानस्य आवश्यकता भवति ।

उदाहरणतः 3 नाणकम् = $\frac{3}{100}$ रू. = 0.03 रूप्यकाणि,

5 ग्रा. = $\frac{5}{1000}$ कि.ग्रा. = 0.005 कि.ग्रा., 7 से.मी. = $\frac{7}{100}$ = 0.07 मी.

75 नाणकानि = ----- रूप्यकाणि, 250 ग्रा. = ---- कि.ग्रा., 85 से.मी.= ..... मी., लिखन्तु

वयम् एतदपि जानीमः यत् दशमान-संख्यानां योगः व्यवकलनं च कथं क्रियते...... ? इत्थम् 21.36 + 37.35 अस्ति

$$\begin{array}{r} 21.36 \\ +\ 37.35 \\ \hline 58.71 \\ \hline \end{array}$$

0.19+2.3 एतयोः मानं किमस्ति ? 29.35-4.56 एतयोः अन्तरम् अस्ति,

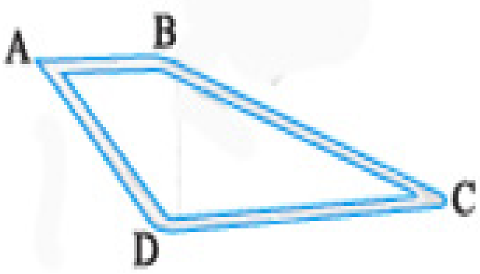
$$\begin{array}{r} 29.35 \\ -\ 04.56 \\ \hline 24.79 \\ \hline \end{array}$$

39.87 – 21.98 अस्य मानं वदन्तु

## प्रश्नावली 2.5

1. बृहत्तरा का वर्तते ?
   (i) 0.5 अथवा 0.05 (ii) 0.7 अथवा 0.5 (iii) 7 अथवा 0.7
   (iv) 1.37 अथवा 1.49 (v) 2.03 अथवा 2.30 (vi) 0.8 अथवा 0.88
2. दशमानस्य उपयोगं कुर्वन् निम्नलिखितानि रूप्यकेषु व्यक्तीकुर्वन्तु :
   (i) 7 नाणकानि (ii) 7 रूप्यकाणि 7 नाणकानि (iii) 77 रूप्यकाणि 77 नाणकानि
   (iv) 50 नाणकानि (v) 235 नाणकानि
3. (i) 5 से.मी. इत्येतत् मीटर् एवं कि.मी. रूपेण व्यक्तीकुर्वन्तु :
   (ii) 35 मि.मी. इत्येतत् से.मी.,मी.एवं कि.मी. इति रूपेषु व्यक्तीकुर्वन्तु :
4. निम्नलिखितानि कि.ग्रा. रूपेण व्यक्तीकुर्वन्तु :
   (i) 200 ग्रा. (ii) 3470 ग्रा. (iii) 4 कि.ग्रा.8 ग्रा.
5. निम्नलिखिताः दशमान-सङ्ख्याः विस्तारितरूपेण लिखन्तु :
   (i) 20.03 (ii) 2.03 (iii) 200.03 (v) 2.034

6. निम्नलिखितासु दशमान-सङ्ख्यासु '2' इत्यस्य स्थानीयमानं लिखन्तु :
(i) 2.56 (ii) 21.37 (iii) 10.25 (vi) 9.42 (v) 63.352




7. दिनेशः A स्थानात् B स्थान-पर्यन्तम् अगच्छत् ततश्च C स्थानपर्यन्तम् अगच्छत्। A तथा B स्थानयोः अन्तरालः 7.5 किलोमीटरपरिमितः अस्ति, B तथा C स्थानयोः अन्तरालः12.7 किलोमीटरपरिमितः अस्ति। अयुबः A स्थानात् D स्थान-पर्यन्तम् अगच्छत् ततश्च C स्थानपर्यन्तम् अगच्छत्। A तथा C स्थानयोः मध्ये अन्तरालः 9.3 किलोमीटरपरिमितः अस्ति तथा च D स्थानतःC स्थान-पर्यन्तम् अन्तरालं 11.8 किलोमीटरपरिमितम् अस्ति। कः अधिकं दूरं गतवान् तत् च अन्तरालं कियत् आसीत्?
8. श्यामा 5 कि. 300 ग्रा. सेवफलानि 3 कि. 250 ग्रा. च आम्राणि क्रीतवती । सरला 4 कि. 800 ग्रा. नारङ्गाणि 4 कि.150 ग्रा. च कदलीफलानि क्रीतवती । का अधिकानि फलानि क्रीतवती ?
9. 28 कि.मी. 42.6 किलोमीटरतः कियत् न्यूनं वर्तते ?

## 2.6 दशमान-सङ्ख्यासु गुणनम्

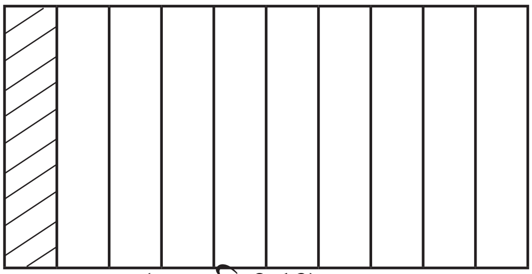
रेशमा 8.50 रूप्यकैः प्रति कि.ग्रा. मानेन 1.5 किलोग्रामपरिमितं शाकं क्रीतवती । सा कियत् धनं व्ययीकरिष्यति ? निश्चितरूपेण एतत् 8.50×1.50 रूप्यकाणि भविष्यति। 8.5 तथा च 1.5 उभे एव दशमलवसंख्ये स्तः। अनेन प्रकारेण अस्माभिः एका एतादृशी स्थितिः प्राप्यते यत्र यत् दशमानद्वयस्य गुणनं कथं क्रियते इति ज्ञातव्यं भवति। आगम्यताम् इदानीं द्वयोः दशमानसंख्ययोः गुणनम् अधिगच्छामः। सर्वप्रथमं वयं 0.1×0.1 इति जानीमः।

अधुना $0.1 = \frac{1}{10}$, अतः $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

$= \frac{1 \times 1}{10 \times 10} = \frac{1}{100}$

= 0.01. आकृतिः 2.13

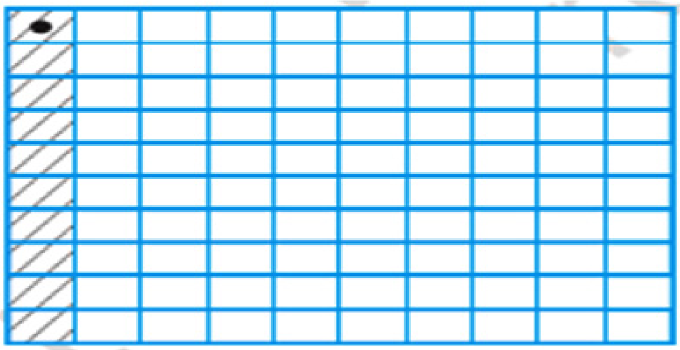
अस्य सचित्रं निरूपणं पश्यामः।



**(आकृति 2.13)**

$\frac{1}{10}$ इति भिन्नं दशसु समानभागेषु एकं भागं निरूपयति। चित्रे छायाङ्कितभागः $\frac{1}{10}$ इत्येतं निरूपयति।

वयं जानीमः यत्



**आकृतिः 2.14**

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ इत्यस्यार्थः $\frac{1}{10}$ इत्यस्य $\frac{1}{10}$, अतः एतं $\frac{1}{10}$ तमं भागं 10 समानभागेषु

विभक्तीकुर्वन्तु एतेषु च एकं भागं स्वीकुर्वन्तु ।

अनेन प्रकारेण वयं लभामहे (आकृतिः 2.14) यत् $\frac{1}{10}$ तमस्य भागस्य 10 भागेषु एकः भागः बिन्दुद्वारा

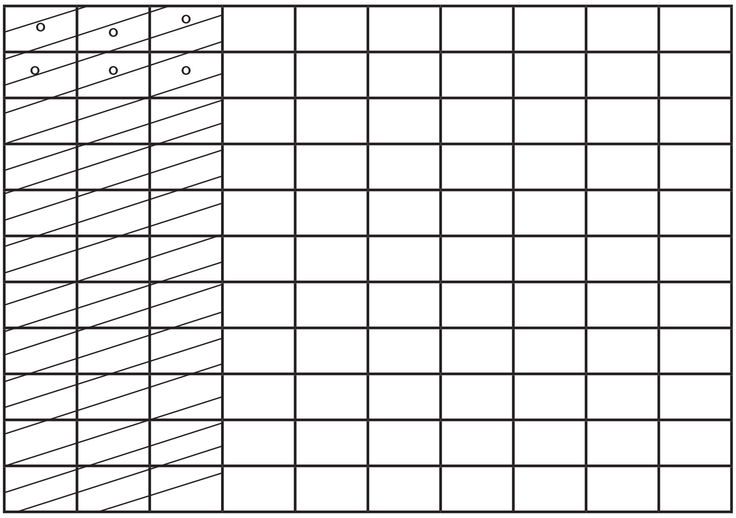
चिह्नितवर्गः अस्ति । अर्थात् एतत् $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ अथवा 0.1×0.1 इति निरूपयति ।

किं बिन्दुवर्गस्य केनचित् अपरविधिना निरूपणं कर्तुं शक्यते ?

भवन्तः 2.14 आकृत्यां कति लघुवर्गान् प्राप्नुवन्ति । अस्यां 100 लघुवर्गाः सन्ति । इत्थं बिन्दुद्वारा चिह्नितवर्गः शते एकं निरूपयति । अतः 0.1×0.1= 0.01.

ध्यानं यच्छन्तु 0.1 गुणनफले द्विवारं सम्मिलितं वर्तते । 0.1 मध्ये दशमानबिन्दोः दक्षिणभागे एकः अङ्कः अस्ति । 0.01 मध्ये दशमानबिन्दोः दक्षिणभागे द्वौ (1+1) अङ्कौ स्तः।

आयान्तु सम्प्रति वयं 0.2×0.3 जानीमः ।



आकृतिः2.15

वयं लभामहे, $0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$

यथा अस्माभिः $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ इत्यस्य कृते कृतम् आसीत्

तथैव आगच्छन्तु वयं वर्गं दशसु समानभागेषु विभक्तीकुर्मः तथा $\frac{3}{10}$ इति प्राप्तुम् एतेषु दशसु भागेषु त्रीन् भागान् बहिः निस्कासयामः। पुनः एषु त्रिषु भागेषु प्रत्येकं भागं दशसु समानभागेषु विभक्तीकुर्वन्तु प्रत्येकं भागतः द्वयं (2) स्वीकुर्वन्तु ।

अनेन प्रकारेण वयं $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ इति प्राप्नुमः ।

बिन्दुद्वारा चिह्नितः वर्गः, $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ अर्थात् 0.2 × 0.3 इत्येतत् निरूपयन्ति (2.15 आकृतिं पश्यन्तु)

यतोहि शतेषु षड् बिन्दुद्वाराचिह्निताः वर्गाः सन्ति अतः एते 0.06 इति निरूपयन्ति । अनेन प्रकारेण 0.2 × 0.3 = 0.06.

ध्यानं यच्छन्तु यत् 2×3 = 6 तथा च 0.06 इत्यत्र दशमलवबिन्दुतः दक्षिणभागे अंकानां संख्या 2 (= 1+1) अस्ति ।

निरीक्षणं कुर्वन्तु यत् किमेतत् 0.1×0.1 इत्यस्य कृते अपि उचितम् अस्ति ।

एतेषां प्रेक्षणानाम् उपयोगेन 0.2 ×0.3 इत्यपि ज्ञायताम् ।

0.1×0.1 तथा च 0.2×0.3 इत्यनयोः ज्ञानसमये सम्भवतः भवन्तः ध्यानं दत्तवन्तः स्युः यत् सर्वप्रथमं

वयं दशमानबिन्दोः उपेक्षां कृत्वा पूर्णसंख्यानां रूपेण गुणनं कृतवन्तः आस्म। $0.1 \times 0.1$ इत्यत्र अस्माभिः प्राप्तम्, $01 \times 01$ अर्थात् $1 \times 1$ इत्थमेव $0.2 \times 0.3$ इत्यत्र अस्माभिः लब्धं $02 \times 03 = 2 \times 3$. इति। तदानीं वयं दक्षिणभागीय-अंकात् आरम्भं कुर्वन्तः एवं च वामं प्रति चलन्तः अङ्कानां संख्याम् गुणितवन्तः। तदा वयं तत्र दशमानबिन्दुं स्थापितवन्तः। गण्यमानानाम् अङ्कानां संख्या, गुण्यमानानां दशमान-सङ्ख्यानां दशमान-बिन्दोः दक्षिणभागीय-अङाकानां संख्यायाः योगे कृते सति प्राप्यते।

आयान्तु इदानीं वयं $1.2 \times 2.5$ इति जानीम। 12 एवं 25 इति गुणयन्तु। वयं 300 इति प्राप्नुमः। 1.2 तथा च 2.5 इत्यत्र द्वयोः मध्ये दशमान-बिन्दोः दक्षिणभागे एकः अंकः अस्ति। अतः 300 मध्ये सर्वस्मात् दक्षिणतः $1+1 = 2$ अंकौ गणयन्तु (अर्थात् 0) तदन्तरं वामभागे चलन्तु। वयं 3.00 अर्थात् 3 इति प्राप्नुमः।

अनेन प्रकारेण $1.5 \times 1.6$, $2.4 \times 4.2$ इति ज्ञायताम्।

2.5 तथा च 1.25 इत्यनयोः गुणनसमये सर्वप्रथमं भवन्तः 25 एवं 125 एतयोर्मध्ये गुणयिष्यन्ति।

लब्धगुणनफले दशमानं स्थापयितुं भवन्तः सर्वस्मात् दक्षिणस्थात् अंकात् आरम्भं कुर्वन्तः $1+2 = 3$ (किमर्थम्) अङ्कान् गणयिष्यन्ति। अतः $2.5 \times 1.25 = 3.225$। $2.7 \times 1.35$ इति ज्ञायताम्।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

1. ज्ञायताम् (i) $2.7 \times 4$ (ii) $1.8 \times 1.2$ (iii) $2.3 \times 4.35$
2. प्रथमप्रश्ने प्राप्तगुणनफलानि अवरोहिक्रमे क्रमबद्धीकुर्वन्तु।

**उदाहरणम् 7** एकस्य समबाहुत्रिभुजस्य भुजः 3.5 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति। अस्य परिमापनं ज्ञायताम्।

**समाधानम्** समबाहुत्रिभुजस्य सर्वे भुजाः समानाः भवन्ति।

अतः प्रत्येकं भुजायाः दीर्घता = 3.5 सेण्टीमीटरपरिमिता अतः परिमापनम् = $3 \times 3.5$ से.मी. =10.5 से.मी.

**उदाहरणम् 8** एकस्य आयतस्य दीर्घता 7.1 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति अस्य च विस्तृतिः 2.5 सेण्टीमीटरपरिमिता वर्तते। आयतस्य क्षेत्रफलं किमस्ति ?

**समाधानम्** आयतस्य दीर्घता = 7.1 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति, आयतस्य विस्तृतिः = 2.5 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति अतः आयतस्य क्षेत्रफलम् = 7.1 से.मी.$\times$2.5 से.मी. =17.75 $cm^2$ इति अस्ति।

### 2.6.1 दशमान-सङ्ख्यानां 10,100 तथा च 1000 इति संख्याभिः गुणनम्

रेशमा अपश्यत् यत् $2.3 = \frac{23}{10}$ इति अस्ति अपरन्तु $2.35 = \frac{235}{100}$, अतः सा प्राप्तवती यत्

दशमलवबिन्दोः स्थित्याश्रयपूर्वकं दशमलवसंख्या तस्य भिन्नस्य रूपेण परिवर्तितुं शक्यते यस्य हरः दश अथवा शतम् इति अस्ति। सा चिन्तितवती यत् यदि दशमलवसंख्या दशेन शतेन अथवा सहस्रेण (10 /100 /1000 द्वारा) गुण्यते तदा किं भविष्यति ?

आगच्छन्तु पश्यामः किं वयं दशमान-सङ्ख्याः दशेन शतेन अथवा सहस्रेण (10 /100 /1000 द्वारा) गुणयितुं किमपि प्रतिरूपं प्राप्तुं शक्नुमः वा इति ?

अधः प्रदत्तां तालिकां पश्यन्तु रिक्तस्थानपूर्तिं च कुर्वन्तु :

| | | |
|---|---|---|
| $1.76\times10=\frac{176}{100}\times10=17.6$ <br> $1.76\times100=\frac{176}{100}\times100=176$ <br> अथवा 176.0 <br> $1.76\times1000=\frac{176}{100}\times1000$ <br> =1760 अथवा 1760.0 | 2.35 ×10 =……… <br> 2.35 ×100 =……… <br> 2.35 × 1000 = ……. | 12.356 × 10 = …… <br> 12.356 × 100 = ……. <br> 12.356 × 1000 = …… |
| 0.5×10 =5/10× 10=5 ; 0.5×100=…..; 0.5 × 1000 = …….. | | |

सारण्यां गुणनफले दशमान-बिन्दोः विस्थापनं पश्यन्तु । अत्र संख्याः दशेन शतेन अथवा सहस्रेण (10/100/1000 द्वारा) गुणिताः सन्ति। 1.76 × 10 = 17.6 इत्यत्र अङ्काः ते एव सन्ति अर्थात् उभयत्र 1,7 तथा च 6 इति अङ्काः सन्ति। किं भवन्तः एतत् अन्येषु गुणनफलेषु अपि दृष्टवन्तः ? 1.76 एवञ्च 17.6 इति पश्यन्तु। दशमान-बिन्दुः दक्षिण-वामयोः कस्मिन् भागे विस्थापितः अस्ति ? ध्यानं यच्छन्तु दशे (10) एकम् (1)अतिरिच्य एकं शून्यम् अस्ति ।1.76 ×100 =176.0 इत्यस्मिन् 1.76 एवं 176.0 इति पश्यन्तु यत् कस्मिन् भागे एवं च कतिभ्यः स्थानेभ्यः दशमान-बिन्दोः विस्थापनम् अभवत्। दशमान-बिन्दुः दक्षिणं प्रति द्वाभ्यां स्थानाभ्यां विस्थापितः अभवत्। ध्यानं ददतु 100 इत्यस्मिन् एकम् अतिरिच्य द्वे शून्ये स्तः।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम् (i) 0.3× 10
(ii) 1.2 ×100
(iii) 56.3 × 1000

किं भवन्तः अन्येषु गुणनफलेषु अपि दशमलवबिन्दोः एतादृशं विस्थापनं पश्यन्ति ?

अनेन प्रकारेण वयं वक्तुं शक्नुमः यत् यदा काञ्चित् दशमलवसंख्यां दशेन शतेन अथवा सहस्रेण (10 /100 /1000 द्वारा) गुण्यते तदा गुणनफलस्य अङ्काः ते एव भवन्ति ये अङ्काः दशमान-सङ्ख्यायां भवन्ति परन्तु गुणनफले दशमलवबिन्दुः दक्षिणभागे तावदेभ्यः स्थानेभ्यः विस्थापितः भवति यावन्ति एकम् अतिरिच्य शून्यानि भवन्ति। एतानि प्रेक्षणानि आधारीकृत्य इदानीं वयं वक्तुं शक्नुमः यत् : 0.07 × 10 = 0.7, 0.07 × 100 = 7 तथा च 0.07 × 1000 = 70.

किं भवन्तः वक्तुं शक्नुवन्ति यत् 2.97 × 10 =? 2.97 × 100 =? 2.97 × 1000 =?

किम् इदानीं भवन्तः रेशमाद्वारा व्ययीकरिष्यमाणस्य राशेः अर्थात् 8.50×150 रूप्यकाणाम् अवगमने तस्याः साहाय्यं कर्तुं शक्नुवन्ति ?

## प्रश्नावली 2.6

1. ज्ञायताम् :

(i) 0.2 × 6 (ii) 8 × 4.6 (iii) 2.71 × 5 (iv) 20.1 × 4
(v) 0.05 × 7 (vi) 211.02 × 4 (vii) 2 × 0.86

2. एकस्य आयतस्य क्षेत्रफलं ज्ञायतां यस्य दीर्घता 5.7 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति विस्तृतिः च 3 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति।

3. ज्ञायताम् :

(i) 1.3× 10 (ii) 36.8 × 10 (iii) 153.7× 10 (iv)168.07× 10
(v) 31.1×100 (vi) 156.1 × 100 (vii)3.62 × 100 (viii) 43.07 × 100

(ix) 0.5 × 10 (x) 0.08 × 10 (xi) 0.9 × 100 (xii) 0.03 × 1000

4. एकं द्विचक्रिकायानम् एकलीटरपरिमितेन पैट्रोलतैलेन 55.3 कि.मी. दूरं गच्छति। दशलीटरपरिमितेन पैट्रोलतैलेन कियत् दूरं गमिष्यति ?

5. ज्ञायताम् :

(i) 2.5×0.3 (ii) 0.1×51.7 (iii) 0.2×316.8 (iv)1.3× 3.1

(v) 0.5×0.05 (vi) 11.2× 0.15 (vii) 1.07× 0.02

(viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01 (x) 100.01× 1.1

## 2.7 दशमान-सङ्ख्यानां विभाजनम्

सविता निजकक्ष्यायाः शोभार्थम् एकस्याः चित्रकल्पनायाः निर्माणं कुर्वती आसीत्। तस्याः कृते 1.9 सेण्टीमीटरपरिमित-दीर्घाणां केषाञ्चित् वर्णीय-कागदानां पट्टिकाः अपेक्षिताः आसन् । तस्याः पार्श्वे 9.5 सेण्टीमीटरपरिमित-दीर्घा एका वर्णयुता कागद-पट्टिका आसीत्। अस्याः पट्टिकातः सा अभीष्ट-दीर्घतायाः कति खण्डान् प्राप्तुं शक्नोति ? सा प्रायशः अचिन्तयत् यत् एतत् $\frac{9.5}{1.9}$ इति भविष्यति।

किम् इदं सत्यं वर्तते ?

9.5 तथा च 1.9 इति उभे अपि दशमान-सङ्ख्ये स्तः । अतः अस्माकं कृते दशमान-सङ्ख्यानां विभाजनविषये अपि ज्ञानम् आवश्यकं वर्तते।

### 2.7.1 दशेन , शतेन सहस्रेण च (10,100 तथा च 1000 द्वारा) विभाजनम्

आयान्तु अधुना वयम् एकस्याः दशमान-सङ्ख्यायाः दशेन, शतेन सहस्रेण च (10.100 तथा च 1000 एभिः) विभाजन-विधिं जानीम।

आगच्छन्तु वयं 31.5÷10 इति जानीम।

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

एवमेव $31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम् (i) 235.4 ÷ 10

(ii) 235.4 ÷ 100

(iii) 235.4 ÷ 1000

आगच्छन्तु वयम् एतत् पश्यामः यत् किं वयं संख्याः दशेन, शतेन सहस्रेण च (10,100 तथा च 1000 द्वारा) विभक्तीकर्तुं किमपि प्रतिरूपं ज्ञातुम् अर्हामः। एतद्-द्वारा संख्यानां दशेन, शतेन सहस्रेण च (10,100 तथा च 1000 द्वारा) संक्षिप्तविधिना विभक्तीकरणे अस्माकं साहाय्यं।

| | | | |
|---|---|---|---|
| 31.5÷10=3.15 | 231.5÷10= ... | 1.5÷10 =.... | 29.36÷10=... |
| 31.5÷100=0.315 | 231.5÷100=..... | 1.5÷100= .... | 29.36÷100=..... |
| 31.5÷1000=0.0315 | 231.5÷1000=..... | 1.5÷1000=..... | 29.36÷1000=.... |

31.5 ÷ 10 = 3.15 इति स्वीकुर्वन्तु। 31.5 तथा च 3.15 इत्यत्र अङ्काः एकसमानाः सन्ति अर्थात् 3,1 तथा च 5 परन्तु भागफले दशमान-बिन्दुः विस्थापितः जातः । कस्मिन् भागे एवं च कतिभ्यः स्थानेभ्यः? दशमान-बिन्दुः वामं प्रति एकस्मात् स्थानात् विस्थापितः अभवत्। ध्यानं यच्छन्तु 10 इत्यत्र एकम् अतिरिच्य एकं शून्यम् अस्ति।

इदानीं 31.5÷100=0.315 इति चर्चयामः। 31.5 तथा च 0.315 इत्यत्र अंकाः एकसमानाः सन्ति परन्तु

भागफले दशमान-बिन्दोः विषये किं वक्तुं शक्नुमः ? अयं वामं प्रति स्थानद्वयात् विस्थापितः जातः । ध्यानं यच्छन्तु 100 मध्ये एकम् अतिरिच्य द्वे शून्ये स्तः।

अनेन प्रकारेण वयं वक्तुं शक्नुमः यत् यदि काञ्चित् संख्यां दशेन, शतेन सहस्रेण च (10,100 तथा च 1000 द्वारा) विभक्तीकुर्मः तर्हि संख्यायाः एवं भागफलस्य अंकाः सदृशाः सन्ति परन्तु भागफले दशमान-बिन्दुः वामं प्रति तावत्स्थानेभ्यः एव विस्थापितः भवति यावन्ति एकेन सह शून्यानि भवन्ति । अस्य प्रेक्षणस्य उपयोगं कुर्वन्तः वयम् अधुना शीघ्रतापूर्वकं निम्नलिखितं ज्ञास्यामः ।

$$2.38 \div 10 = 0.238$$

$$2.38 \div 100 = 0.0238$$

$$2.38 \div 1000 = 0.00238$$

### 2.7.2 पूर्णसंख्यया दशमान-सङ्ख्यायाः भागः

आयान्तु , वयं $\frac{6.4}{2}$ इति जानीम । स्मरन्ति वा यत् वयम् एतत् 6.4÷2 इति रूपेण अपि लिखामः ।

अतः यथा वयं भिन्नेभ्यः अधिगतवन्तः स्मः।

$$6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2$$

$$= \frac{64}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2}$$

$$= \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

**प्रयासं कुर्वन्तु**

(i) 35.7 ÷ 3 =?

(ii) 25.5 ÷ 3 = ?

अथवा, आयान्तु सर्वप्रथमं वयं चतुःषष्टिं (64) द्वाभ्यां (2) विभक्तीकुर्मः । वयं द्वात्रिंशत् (32) इति प्राप्नुमः । 6.4 इत्यस्मिन् दशमान-बिन्दोः दक्षिणभागे एकः अङ्कः विद्यते। 32 इत्यस्मिन् दशमान-बिन्दुम् अनेन प्रकारेण स्थापयन्तु यथा दशमान-बिन्दोः दक्षिणभागे एकः एव अङ्कः अवशिष्टः स्यात् । वयं पुनः 3.2 इति प्राप्नुमः ।

19.5 इति ज्ञातुं पूर्वं 195 ÷ 5 इति ज्ञायताम् । वयम् एकोनचत्वारिंशतं (39) प्राप्नुमः । 19.5 इत्यस्मिन् दशमलवबिन्दोः दक्षिणभागे एकः अङ्कः अस्ति । 39 इत्यस्मिन् दशमान-बिन्दुम् तेन प्रकारेण स्थापयन्तु येन दक्षिणभागे एकः एव अंकः अवशिष्टः स्यात् । भवन्तः 3.9 इति प्राप्स्यन्ति ।

अधुना $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4$

$$= \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4}$$

$$= \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$$

अथवा,1296 इत्येतं 4 इत्यनेन विभक्तीकुर्वन्तु। भवन्तः 324 इति आप्नुवन्ति। 12.96 इत्यस्मिन् दशमान-बिन्दोः दक्षिणभागे द्वौ अंकौ स्तः। 324 इत्यत्र अनेनैव प्रकारेण दशमान-बिन्दुं स्थापयन्तः भवन्तः 3.24 इति प्राप्स्यन्ति।

ध्यानं यच्छन्तु अत्र तथा च इतः अग्रिमे परिच्छेदे अस्माभिः केवलम् एतादृशानि विभाजनानि चर्चितानि सन्ति येषु दशमानं ध्याने न स्थापयित्वा, एका संख्या अन्यया संख्यया पूर्णतया विभक्तीकर्तुं शक्ष्यते अर्थात् शेषफलरूपेण शून्यं प्राप्स्यते। यथा 19.5 ÷ 5 इत्यत्र, यदा 195 इत्येतं 5 इत्यनेन विभक्तीकुर्मः तदा शेषफलं शून्यं प्राप्यते।

यद्यपि एतादृश्यः अपि स्थितयः सन्ति यासु काचित् संख्या कयाचित् अपरसंख्यया पूर्णतया विभाजयितुं न शक्यते अर्थात् वयं शेषफलरूपेण शून्यं न प्राप्नुमः। उदाहरणतः 195÷7 इति एतादृशीनां स्थितीनां विषये वयम् अग्रिम-कक्षासु चर्चयिष्यामः।

अतः 40.86 ÷ 6 = 6.81

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम्

(i) 43.15 ÷ 5 =?

(ii)82.44 ÷ 6 =?

**उदाहरणम् 9** 4.2,3.8 तथा च 7.6 इत्यस्य मध्यमानं ज्ञायताम्।

**समाधानम्** 4.2,3.8 तथा च 7.6 इत्यस्य मध्यमानं भविष्यति।

$$\frac{4.2+3.8+7.6}{3}$$

$$= \frac{15.6}{3} = 5.2 \text{ इति भविष्यति।}$$

**प्रयासं कुर्वन्तु**

(i) 15.5 ÷ 5

(ii) 126.35 ÷ 7

### 2.7.3 एकस्याः दशमान-सङ्ख्यायाः अन्यदशमवलसंख्यया सह विभाजनं

आयान्तु वयं $\frac{25.5}{0.5}$ अर्थात् 25.5÷0.5 इति जानीम -

वयं प्राप्नुमः $25.5 \div 0.5 = \frac{255}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{255}{10} \times \frac{10}{5} = 51$

अतः $25.5 \div 0.5 = 51$

भवन्तः किं पश्यन्ति ? $\frac{25.5}{0.5}$ एतदर्थं

वयं प्राप्नुमः यत् 0.5 इत्यत्र दशमलवतः दक्षिणभागे एकः अङ्कः अस्ति। एतं 10 इत्यनेन विभक्तीकुर्मः चेद् पूर्णसंख्यायां परिवर्तयितुं शक्यते। इत्थमेव 25.5 इत्येतम् अपि 10 द्वारा विभक्तीकृत्य एकस्मिन् भिन्ने परिवर्तितम्।

अथवा वयं वक्तुं शक्नुमः यत् 0.5 इत्येतम् 5 कर्तुं दशमान-बिन्दुः दक्षिणं प्रति एकस्मात् स्थानात् विस्थापितः कृतः।

अतः 25.5 इत्यस्मिन् अपि दशमान-बिन्गुम् दक्षिणं प्रति एकस्मात् स्थानात् विस्थाप्य 255 इत्यनेन रूपेण परिवर्तितम्।

अनेन प्रकारेण $22.5 \div 1.5 = \frac{22.5}{1.5} = \frac{225}{15} = 15$

अनेन प्रकारेण $\frac{20.3}{0.7}$ तथा च $\frac{15.2}{0.8}$ इति ज्ञायताम्।

**प्रयासं कुर्वन्तु**

ज्ञायताम्

(i) $\frac{7.75}{0.25}$

(ii) $\frac{42.8}{0.02}$

(iii) $\frac{5.6}{1.4}$

आगच्छन्तु अधुना वयं 20.55 ÷ 1.5 इति जानीम -

उपर्युक्तां चर्चाम् अनुसृत्य वयम् एतं 205.5 ÷ 15 इत्यनेन रूपेण अपि लेखितुम् अर्हामः। अनेन वयं 13.7 इति प्राप्नुमः ।

$\frac{3.96}{0.4}$, $\frac{2.31}{0.3}$ इति ज्ञायताम् ।

सम्प्रति $\frac{33.725}{0.25}$ इत्यस्य चर्चां कुर्मः । वयम् एतं $\frac{3372.5}{25}$ इत्यनेन रूपेण अपि लेखितुं शक्नुमः । (कथम्)

अन्यच्च वयं 134.9 इत्यनेन रूपेण भागफलं प्राप्नुमः। भवन्तः $\frac{27}{0.03}$ इति कथं ज्ञास्यन्ति ? वयं जानीमः यत् 27 इति 27.0 इत्यनेन रूपेण अपि लेखितुं शक्यते ।

अतः $\frac{27}{0.03} = \frac{27.00}{0.03} = \frac{2700}{3} = ?$

**उदाहरणम् 10** एकस्य समबहुभुजस्य प्रत्येकं भुजायाः दीर्घता 2.5 सेण्टीमीटरपरिमिता अस्ति। बहुभुजस्य परिमापः 12.5 सेण्टीमीटरपरिमितः अस्ति । अस्य बहुभुजस्य कति भुजाः सन्ति ?

**समाधानम्** समबहुभुजस्य परिमापः अस्य समेषां समानभुजानां दीर्घतायाः योगः भवति = 12.5 से.मी. प्रत्येकं भुजायाः दीर्घता = 2.5 सेण्टीमीटरपरिमिता

अतः भुजानां संख्या $= \frac{12.5}{2.5} = \frac{125}{25} = 5$

बहुभुजस्य 5 भुजाः सन्ति ।

**उदाहरणम् 11** एकं कारयानं 2.2 होराभिः 89.1 किलोमीटरपरिमितं दूरं गच्छति। कारयानेन 1 होरायाम् आकलितः मध्यमानः अन्तरालः कियान् भविष्यति ?

**समाधानम्** कारद्वारा आकलितः अन्तरालः = 89.1 किलोमीटरपरिमितः

एतम् अन्तरालं पूरयितुं स्वीकृतः समयः = 2.2 होराः

अतः कारयानेन एकहोरायाम् आकलितः अन्तरालः $= \frac{89.1}{2.2} = \frac{891}{22} = 40.5$ कि.मी.

## प्रश्नावली 2.7

1. ज्ञायताम् :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (i) | 0.4÷2 | (ii) | 0.35÷5 | (iii) | 2.48÷4 | (iv) | 65.4÷6 |
| (v) | 651.2÷4 | (vi) | 14.49÷7 | (vii) | 3.96÷4 | (viii) | 0.80÷5 |

2. ज्ञायताम् :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (i) | 4.8÷10 | (ii) | 52.5÷10 | (iii) | 0.7÷10 | (iv) | 33.1÷10 |
| (v) | 272.23÷10 | (vi) | 0.56÷10 | (vii) | 3.97÷10 | | |

3. ज्ञायताम् :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) | 2.7÷100 | (ii) | 0.3÷100 | (iii) | 0.78÷100 |

(iv) 432.6÷100 (v) 23.6÷100 (vi) 98.53÷100

4. ज्ञायताम् :

(i) 7.9÷1000 (ii) 26.3÷1000 (iii) 38.53÷1000

(iv) 128.9÷1000 (v) 0.5÷1000

5. ज्ञायताम् :

(i) 7÷3.5 (ii) 36÷0.2 (iii) 3.25÷0.5

(iv) 30.94÷0.7 (v) 0.5÷0.25 (vi) 7.75÷0.25

(vii) 76.5÷0.15 (viii) 37.8÷1.4 (i×) 2.73÷1.3

6. एकं यानं 24 लीटरपरिमितेन पैट्रोल्-तैलेन 43.2 किलोमीटर्-दूरं गच्छति। एतद् यानम् एक-लीटर्-परिमितेन पैट्रोल्-तैलेन कियद् दूरं गमिष्यति ?

## वयं किं चर्चितवन्तः ?

1. वयं गतकक्ष्यासु भिन्नस्य एवं दशमानस्य विषये, तथा च तेषु योगस्य एवं व्यकलनस्य संक्रियाः समेत्य अध्ययनं कृतवन्तः।
2. अधुना वयं भिन्नेषु एवं दशमानेषु गुणन-विभजनयोः संक्रियानाम् अध्ययनं कृतवन्तः।
3. अस्माभिः अधीतं यत् भिन्नानां गुणनं कथं करणीयम्। द्वयोः भिन्नयोः गुणनार्थं तेषाम् अंश-हरयोः गुणनं क्रियते पुनश्च गुणनफलम् $\frac{\text{(अंशानां गुणनफलम्)}}{\text{(हराणां गुणनफलम्)}}$ (अंशानां गुणनफलम्)/हराणां गुणनफलम्

   इति रूपेण लिख्यते। उदाहरणार्थम् - $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5}{3\times7}=\frac{10}{21}$
4. भिन्नं, गुणनस्य प्रचालकवत् कार्यं करोति।

   उदाहरणार्थम् - 2 इति अस्य $\frac{1}{2}$ इत्यस्य $\frac{1}{2}\times2=1$
5. (a) द्वयोः उचितभिन्नयोः गुणनफलं, प्रत्येकं गुणितात् भिन्नात् न्यूनं भवति।

   (b) एकोचितस्य एवं च एकविषमस्य भिन्नस्य गुणनफलं विषमभिन्नात् न्यूनं भवति उचितात् भिन्नात् च अधिकं भवति।

   (c) द्वयोः विषमभिन्नयोः गुणनफलं, गुणितयोः उभयोः भिन्नयोः प्रत्येकं भिन्नात् अधिकं भवति।
6. कस्यचिद् भिन्नस्य व्युत्क्रमः अस्य अंश-हरयोः परस्परं परिवर्तनेन प्राप्यते ।
7. अस्माभिः दृष्टं यत् द्वे भिन्ने कथं विभक्तीक्रियेते।

   (a) यदा एका पूर्णसंख्या केनचित् भिन्नेन सह विभक्तीक्रियते तर्हि वयं पूर्णसंख्यां भिन्नस्य व्युत्क्रमेण गुणयामः।

   उदाहरणतः $2\div\frac{3}{5}=2\text{ x }\frac{5}{3}=\frac{10}{3}$

   (b) यदा एकभिन्नं पूर्णसंख्यया विभक्तीकुर्मः तदा वयं भिन्नं पूर्णसंख्यायाः व्युत्क्रमेण गुणयामः।

   उदाहरणतः $\frac{2}{3}\div7=\frac{2}{3}\times\frac{1}{7}=\frac{2}{21}$

(c) एकभिन्नस्य द्वितीयभिन्नेन सह विभाजनाय वयं प्रथमभिन्नं द्वितीयभिन्नस्य व्युत्क्रमेण गुणयामः। अतः $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

8. वयम् एतदपि अधिगतवन्तः यत् द्वे दशमान-सङ्ख्ये कथं गुण्येते। द्वयोः दशमलवसंख्ययोः गुणनार्थं सर्वप्रथमं वयं ते संख्ये पूर्णसंख्यारूपेण गुणयामः। द्वयोः दशमान-सङ्ख्ययोः दशमान-बिन्दोः वामभागे अङ्कसंख्यां गणयामः । अङ्कानाम् आकलितायाः संख्यायाः योगं जानीमः। दक्षिणतमस्थानात् अङ्कान् गणयन्तः गुणफले दशमान-बिन्दुम् स्थापयामः। एषा गणना पूर्वप्राप्तेन योगेन समाना भवेत्। उदाहरणतः $0.5 \times 0.7 = 0.35$

9. कस्याश्चिद् दशमान-सङ्ख्यायाः दशेन शतेन अथ च सहस्रेण (10, 100 तथा च 1000 एभिः) गुणनार्थं वयं तस्यां संख्यायां दशमलवबिन्दुं दक्षिणं प्रति तावत्स्थानेभ्यः विस्थापयामः यावन्ति एकम् अङ्कम् अतिरिच्य शून्यानि भवन्ति।
अतः $0.53 \times 10 = 5.3$, $0.53 \times 100 = 53$, $0.53 \times 1000 = 530$

10 दृष्टं यत् दशमलवसंख्याः कथं विभज्यन्ते।

(a) कस्याश्चिद् दशमान-सङ्ख्यायाः पूर्णसंख्यया सह विभाजनाय सर्वप्रथमं वयं तां पूर्णसंख्यारूपेण विभक्तीकुर्मः। तदानीं भागफले दशमलवबिन्दुः तथैव स्थाप्यते यथा दशमान-सङ्ख्यायाम्।
उदाहरणतः $8.4 \div 4 = 2.1$
ध्यानं यच्छन्तु वयम् अत्र केवलम् एतादृशानां विभाजनानां विषये वार्तां कुर्वन्तः स्मः येषु शेषफलं शून्यम् अस्ति।

(b) एकां दशमान-सङ्ख्यायां दशेन शतेन अथ च सहस्रेण (10, 100 तथा च 1000 एभिः) विभाजनाय वयं दशमान-सङ्ख्यायां दशमान-बिन्दुं वामभागे तावत्स्थानेभ्यः विस्थापयामः यावन्ति एकम् अङ्कम् अतिरिच्य शून्यानि भवन्ति। एवमेव भागफलस्य प्राप्तिः भवति।
अतः $23.9 \div 10 = 2.39$, $23.9 \div 100 = 0.239$, $23.9 \div 1000 = 0.0239$

(c) यदा द्वे दशमान-सङ्ख्ये विभक्तीकुर्मः तदा सर्वप्रथमं वयं द्वयोः संख्ययोः दशमलवबिन्दुं दक्षिणं प्रति समानस्थानेभ्यः विस्थापयामः तदा च विभाजनं कुर्मः।
अतः $2.4 \div 0.2 = 24 \div 2 = 12$.